TEXTILES

DE ROUBAIX 81 2° epreuve (2h)

MPT TA

Le plan étant rapporté à un système d'axes orthonormés (ox, oy), à tout réel θ on associe le point M_θ de coordonnées

M_θ $\quad x = \cos\theta + \theta \sin\theta$

$\quad y = 2\sin\theta$

On note Γ la courbe ainsi définie paramétriquement

1°) a - Déterminer les points stationnaires de Γ et leur nature

b - Montrer que les tangentes à Γ aux points stationnaires passent toutes par un point fixe que l'on déterminera.

2°) a - Sachant que pour tout $k \in \mathbb{Z}$, il existe un point stationnaire pour une valeur $\theta_k \in]k\pi, (k+1)\pi[$, déterminer la position par rapport à la tangente au point M_{θ_k} de l'arc de courbe définie par $k\pi \leq \theta \leq (k+1)\pi$
Etudier les cas particuliers k = 0, 1, 2

b - Construire l'arc de courbe Γ défini par $-\frac{5\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{2}$

3°) a - Calculer pour $\theta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ le rayon de courbure de Γ au point M_θ

b - Trouver une équation (E) que doit nécessairement vérifier θ pour qu'au point M_θ le rayon de courbure soit extrémal sur $]\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + (k+1)\pi[$

c - Montrer que l'équation (E) a une solution et une seule dans $]\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + (k+1)\pi[$, notée α_k

En déduire que α_k est l'unique valeur de θ pour laquelle le rayon de courbure est maximal sur $]\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + (k+1)\pi[$

4°) a - Exprimer sous forme d'une intégrale la longueur L de l'arc de courbe défini par : $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

b - On pose $I_p = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta^{2p} \cos\theta \, d\theta$ pour p entier ≥ 0

Etablir une relation de récurrence entre I_{p+1} et I_p

Calculer I_0, I_1, I_2

c - Montrer qu'il existe des rationnels A_k que l'on calculera tels que

$$\lim_{p \to +\infty} \left| L - \sum_{k=0}^{k=p} A_k I_k \right| = 0$$

En déduire une méthode pour calculer des valeurs approchées de L

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail